PROGRAMA M1
Clasa a IX-a

Mulțimi şi elemente de logică matematică.

- Mulțimea numerelor reale: operații algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul unui număr real, aproximări prin lipsă sau prin adaos , partea întreagă, partea fracționară a unui număr real; operații cu intervale de numere reale.
- Propoziție, predicat, cuantificatori.
- Operații logice elementare (negație, conjuncție, disjuncție, implicație, echivalență), corelate cu operațiile şi relațiile cu mulțimi (complementară, intersecție, reuniune, incluziune, egalitate, regulile lui De Morgan).
- Tipuri de raționamente logice: inducția matematică. Probleme de numărare.

Funcții definite pe mulțimea numerelor naturale (şir).

- Modalități de a defini un şir, şiruri mărginite, şiruri monotone; exemple simple
- Tipuri de şiruri: progresii aritmetice, progresii geometrice, formula termenului general în funcție de un termen dat şi rație, suma primilor n termeni ai unei progresii

Condiția ca n numere să fie în progresie aritmetică sau geometrică pentru $n \geq 3$.

Funcții; lecturi grafice

- Reper cartezian, produs cartezian; reprezentarea prin puncte a unui produs cartezian de mulțimi numerice; condiții algebrice pentru puncte aflate în cadrane. Drepte în plan de forma x=m, sau y=m, $m \in R$.
- Funcția: definiție, exemple, exemple de corespondențe care nu sunt funcții, modalități de a descrie o funcție, lecturi grafice. Egalitatea a două funcții, imaginea şi preimaginea unei mulțimi printr-o funcție, graficul unei funcții, restricții ale unei funcții.
- Funcții numerice ($F = \{f : D \rightarrow R, D \subseteq R\}$), proprietăți ale funcțiilor numerice introduse prin lecturi grafice: reprezentarea geometrică a graficului, intersecția cu axele de coordonate, rezolvări grafice de ecuații şi inecuații de forma f(x)=g(x) ($\leq, <, >, \geq$) : mărginire, paritate, imparitate (simetria graficului față de axa Oy sau origine), simetria graficului față de drepte de forma x = m, $m \in R$ sau față de puncte oarecare din plan, periodicitate, monotonie.

Compunerea funcțiilor; exemple pe funcții numerice.

Funcția de gradul I .

- Definiție, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația f(x)=0, reprezentarea grafică a funcției $f : R \rightarrow R$, f(x) = ax+b, $a,b \in R$
- Interpretarea grafică a proprietăților algebrice ale funcției: monotonia şi semnul funcției. Studiul monotoniei prin semnul diferenței $f(x_1) - f(x_2)$ (sau studierea raportului $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}$, $x_1, x_2 \in R$, $x_1 \neq x_2$)
- Inecuații de forma $ax + b \leq 0$ ($\geq, <, >$) studiate pe R sau pe intervale de numere reale.
- Poziția relativă a două drepte, sisteme de tipul $\begin{cases} ax+by=c \\ mx+ny=p \end{cases}$, a, b, c, m, n, p numere reale

Sisteme de inecuații de gradul I

Funcția de gradul al II-lea

- Reprezentarea grafică a funcției
- f : R → R, f(x) = ax^2+bx+c, a,b,c∈R, a ≠ 0, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația f(x)=0, simetria față de drepte de forma x = m, m∈R .

Relațiile lui Viete, rezolvarea sistemelor de forma $\begin{cases} x+y=s \\ xy=p \end{cases}$ s,p∈R.

Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea

- Monotonie. Studiul monotoniei prin semnul diferenței $f(x_1) - f(x_2)$, rata creşterii (descreşterii): $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}$, x_1, x_2 ∈R, $x_1 \neq x_2$, punct de extrem, (vârful parabolei).
- Poziționarea parabolei față de axa Ox, semnul funcției, inecuații de forma $ax^2 + bx + c \leq 0$ (≥, <, >) studiate pe R sau pe intervale de numere reale, interpretare geometrică: imagini şi preimagini ale unor intervale (proiecțiile unor porțiuni de parabolă pe axe).
- Poziția relativă a unei drepte față de o parabolă: rezolvarea sistemelor de forma $\begin{cases} mx+n=y \\ ax^2+bx+c=y \end{cases}$ a, b, c, m, n∈R

Rezolvarea sistemelor de forma $\begin{cases} a_1x^2+b_1x+c_1=y \\ a_2x^2+b_2x+c_2=y \end{cases}$, a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2∈R, interpretare geometrică

Vectori în plan.

- Segment orientat, vectori, vectori coliniari.

Operații cu vectori: adunarea (regula triunghiului, regula paralelogramului), proprietăți ale operației de adunare, înmulțirea cu scalari, proprietăți ale înmulțirii cu scalari, condiția de coliniaritate, descompunerea după doi vectori dați, necoliniari şi nenuli.

Coliniaritate, concurență, paralelism-calcul vectorial în geometria plană.

- Vectorul de poziție al unui punct.
- Vectorul de poziție al punctului care împarte un segment într-un raport dat, teorema lui Thales (condiții de paralelism).
- Vectorul de poziție al centrului de greutate al unui triunghi (concurența medianelor unui triunghi).
- Teorema bisectoarei , vectorul de poziție al centrului cercului înscris într-un triunghi; ortocentrul unui triunghi; relația lui Sylvester, concurența înălțimilor.

Teorema lui Menelau, teorema lui Ceva

Elemente de trigonometrie

- Cercul trigonometric, definirea funcțiilor trigonometrice
  sin, cos: [0; 2π] → [-1, 1],
  tg: [0; π]\{π/2}→R;
- Definirea funcțiilor trigonometrice:
  sin: R →[-1 ; 1], cos: R → [-1 ; 1]
  tg: R\D → R, unde D={ π/2+kπ; k є Z }
  ctg: R\D → R unde D={ kπ, k є Z }

- Formulele de reducere la primul cadran, formule trigonometrice: sin (a+b), sin (a-b), cos(a+b), cos (a-b), sin2a, cos2a, sina+sinb, sina-sinb, cosa+cosb, cosa-cosb (transformarea sumei în produs).

Notă: Toate conținuturile din programele şcolare ale claselor anterioare sunt incluse in programa curentă.

Clasa a X-a

Mulțimi de numere

- **Numere reale**: proprietăți ale puterilor cu exponent rațional, irațional şi real ale unui număr pozitiv, aproximări raționale pentru numere iraționale sau reale.
- Radical dintr-un număr rațional , n ≥2, proprietăți ale radicalilor.
- Noțiunea de logaritm, proprietăți ale logaritmilor, calcule cu logaritmi, operația de logaritmare.
- **Mulțimea C.** Numere complexe sub forma algebrică, conjugatul unui număr complex operații cu numere complexe. Interpretarea geometrică a operațiilor de adunare şi scădere a numerelor complexe şi a înmulțirii acestora cu un număr real .
- Rezolvarea în **C** ecuației de gradul al doilea cu coeficienți reali. Ecuații bipătrate.
- Numere complexe sub forma trigonometrică (coordonate polare în plan) , înmulțirea numerelor complexe şi interpretare geometrică, ridicarea la putere (formula lui Moivre).

Rădăcinile de ordinul n ale unui număr complex. Ecuații binome.

Funcții şi ecuații

- Funcția putere cu exponent natural
  f: $\mathbf{R}\to\mathbf{D}$, $f(x)=x^n$ şi $n \geq 2$
- Funcția radical f: $\mathbf{D}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\sqrt[n]{x}$, $n \geq 2$, unde $\mathbf{D}=[0, \infty)$ pentru n par şi $\mathbf{D}=\mathbf{R}$ pentru n impar.
- Funcția exponențială f: $\mathbf{R}\to(0;\infty)$, $f(x)=a^x$, a ϵ (0;∞), a≠1 şi funcția logaritmică f: $(0;\infty)\to\mathbf{R}$, $f(x)=\log_a x$, a ϵ (0;∞), a≠1, creştere exponențială, creştere logaritmică.
- Funcții trigonometrice directe şi inverse.
- Injectivitate, surjectivitate, bijectivitate; funcții inversabile: definiție, proprietăți grafice, condiția necesară şi suficientă ca o funcție să fie inversabilă.
- Rezolvări de ecuații folosind proprietățile funcțiilor:
  1. Ecuații iraționale ce conțin radicali de ordinul 2 sau 3;
  2. Ecuații exponențiale, ecuații logaritmice
  3. Ecuații trigonometrice: sin(x)=a, cos(x)=a, a ϵ [-1;1], tg(x)=a, ctg(x)=a, a ϵ **R**, sin f(x)=
     sin g(x), cos f(x)=cos g(x), tg f(x)=tg g(x),
     ctg f(x)= ctg g(x), a sin (x) +b cos (x)=c, unde a,b,c, nu sunt simultan nule.

Metode de numărare

- Mulțimi finite ordonate. Numărul funcțiilor f: A→B unde A şi B sunt mulțimi finite.
- Permutări
  - numărul de mulțimi ordonate cu *n* elemente care se obțin prin ordonarea unei mulțimi finite cu n elemente;
  - numărul funcțiilor bijective f: A→B unde A şi B sunt mulțimi finite.
- Aranjamente
  - numărul submulțimilor ordonate cu câte *m* elemente fiecare, $m \leq n$ care se pot forma cu cele n elemente ale unei mulțimi finite;
  - numărul funcțiilor injective f: A→B unde A şi B sunt mulțimi finite.
- Combinări - numărul submulțimilor cu câte *k* elemente, unde $0 \leq k \leq n$ ale unei mulțimi finite cu n elemente. Proprietăți: formula combinărilor complementare, numărul tuturor submulțimilor unei mulțimi cu *n* elemente.
- Binomul lui Newton.

Notă: Toate conținuturile din programele şcolare ale claselor anterioare sunt incluse in programa curentă.

Clasa a XI-a

Elemente de calcul matriceal şi sisteme de ecuații liniare

Permutări

- Noțiunea de permutare, operații, proprietăți.
- Inversiuni, semnul unei permutări.

Matrice

- Tabel de tip matricial. Matrice, mulțimi de matrice.
- Operații cu matrice: adunarea, înmulțirea, înmulțirea unei matrice cu scalar, proprietăți.

Determinanți

- Determinant de ordin n, proprietăți.

Aplicații: ecuația unei drepte determinate de două puncte distincte, aria unui triunghi şi coliniaritatea a trei puncte în plan.

Sisteme de ecuații liniare

- Matrice inversabile din $M_n(\mathbf{C})$, $n \leq 4$.
- Ecuații matriceale.
- Sisteme liniare cu cel mult 4 necunoscute, sisteme de tip Cramer, rangul unei matrice.

Studiul compatibilității şi rezolvarea sistemelor: proprietatea Kroneker-Capelli, proprietatea Rouche, metoda Gauss.

Analiză matematică.Limite de funcții.

- Noțiuni elementare despre mulțimi de puncte pe dreapta reală: intervale, mărginire vecinătăți, dreapta încheiată, simbolurile $+\infty$ şi $-\infty$.

Funcții reale de variabilă reală : funcția polinomială, funcția rațională, funcția putere, funcția radical, funcția logaritm, funcția exponențială, funcții trigonometrice directe şi

- inverse.Limita unui şir utilizând vecinătăți, proprietăți.
- Şiruri convergente: intuitiv, comportarea valorilor unei funcții cu grafic continuu când argumentul se apropie de o valoare dată, şiruri convergente: exemple semnificative: $(a^n)_n$, $(n^a)_n$, $((1+1/n)^n)_n$ (fără demonstrație), operații cu şiruri convergente, convergența şirurilor utilizând proprietatea Weierstrass. Numărul e; limita şirului $((1+u_n)^{1/u_n})_n$; $u_n \to 0$.

- Limite de funcții: interpretarea grafică a limitei unei funcții într-un punct utilizând vecinătăți, calculul limitelor laterale.
- Calculul limitelor pentru funcțiile studiate; cazuri exceptate la calculul limitelor de funcții : $0/0$, ∞/∞, $\infty-\infty$, $0.\infty$, 1^{∞},∞^{0}, 0^{0}.
- Asimptotele graficului funcțiilor studiate: asimptote verticale, oblice.

Continuitate
- Interpretarea grafică a continuității unei funcții, studiul continuității în puncte de pe dreapta reală pentru funcțiile studiate, operații cu funcții continue.
- Semnul unei funcții continue pe un interval de numere reale, proprietatea lui Darboux, studiul existenței soluțiilor unor ecuații în **R**.

Derivabilitate
- Tangenta la o curbă, derivata unei funcții într-un punct, funcții derivabile, operații cu funcții care admit derivată, calculul derivatelor de ordin I şi al II-lea pentru funcțiile studiate.
- Funcții derivabile pe un interval: puncte de extrem ale unei funcții, teorema lui Fermat, teorema Rolle, teorema Lagrange şi interpretarea lor geometrică, consecințe ale teoremei lui Lagrange: derivata unei funcții într-un punct.
- Regulile lui l'Hospital.
- Rolul derivatei I în studiul funcțiilor: puncte de extrem, monotonia funcțiilor.
- Rolul derivatei a II-a în studiul funcțiilor: concavitate, convexitate, puncte de inflexiune.

Notă: Toate conținuturile din programele şcolare ale claselor anterioare sunt incluse in programa curentă.

Clasa a XII-a

Elemente de algebră

Grupuri
- Lege de compoziție internă (operație algebrică), tabla operației, parte stabilă
- Grup, exemple:grupuri numerice, grupuri de matrice, grupuri de permutări, $\mathbf{Z_n}$
- Morfism, izomorfism de grupuri
- Subgrup
- Grup finit, tabla operației, ordinul unui element

Inele si corpuri
- Inel, exemple: inele numerice (**Z, Q, R, C), $\mathbf{Z_n}$,** inele de matrice, inele de funcții reale
- Corp, exemple: corpuri numerice (**Q, R, C), $\mathbf{Z_p}$,** p prim, corpuri de matrice
- Morfisme de inele şi de corpuri

Inele de polinoame cu coeficienți intr-un corp comutativ (Q, R, C, $\mathbf{Z_p}$, p prim**)**
- Forma algebrică a unui polinom, funcția polinomială, operații (adunarea, înmulțirea, înmulțirea cu un scalar)
- Teorema împărțirii cu rest; împărțirea polinoamelor, împărțirea cu $X-a$, schema lui Horner
- Divizibilitatea polinoamelor, teorema lui Bezout; *cmmdc* şi *cmmmc* a unor polinoame, descompunerea unor polinoame în factori ireductibili
- Rădăcini ale polinoamelor, relațiile lui Viete
- Rezolvarea ecuațiilor algebrice cu coeficienți în **Z, Q, R, C,** ecuații binome, ecuații reciproce, ecuații bipătrate

Elemente de analiză matematică
- Probleme care conduc la noțiunea de integrala

Primitive (antiderivate)

- Primitivele unei funcții. Integrala nedefinita a unei funcții, proprietăți ale integralei nedefinite: liniaritate. Primitive uzuale

Integrala definită

- Diviziuni ale unui interval [a, b], norma unei diviziuni, sistem de puncte intermediare. Sume Riemann, interpretare geometrică. Definiția integrabilității unei funcții pe un interval [a,b].
- Proprietăți ale integralei definite: liniaritate, monotonie, aditivitate în raport cu intervalul de integrare. Integrabilitatea funcțiilor continue.
- Teorema de medie, interpretare geometrică, teorema de existență a primitivelor unei funcții continue**.**
- Formula Leibniz – Newton
- Metode de calcul ale/al integralelor definite: integrarea prin părți, integrarea prin schimbare de variabilă. Calculul integralelor de forma $\int_a^b \frac{P(x)}{Q(x)}dx$, grad Q≤ 4 prin metoda descompunerii în fracții simple

Aplicații ale integralei definite

- Aria unei suprafețe plane
- Volumului unui corp de rotație
- Calculul unor limite de șiruri folosind integrala definită.